

# CABRİ II PLUS



Matematik Araçları Yaratıcısı

**KULLANIM KILAVUZU**



## HOŞ GELDİNİZ !

Cabri Geometri™'nin dinamik dünyasına hoş geldiniz !

Günümüzde bilgisayar ve Texas Instruments grafik hesap makineleri vasıtası ile dünyada 15 milyonun üzerinde kullanıcıya ulaşan Cabri Geometri, 80'li yılların sonunda, Fransa'nın Grenoble şehrinde bulunan Joseph Fourier Üniversitesi ve CNRS (Ulusal Bilimsel Araştırma Merkezi) ortak çalışma laboratuvarlarından IMAG'da tasarlanmıştır. Şu anda Cabri Geometri, 2000 yılının mart ayında Jean-Marie LABORDE (CNRS'de araştırma müdürü ve Cabri Geometrinin manevi babası) tarafından kurulan Cabriolog firması tarafından geliştirilip dağıtılmaktadır.

Bilgisayar ile geometrik şekiller çizebilme imkanı, geleneksel kağıt, kalem, cetvel ve pergel çizimleri ile problem çözmeye yepyeni bir boyut kazandırmaktadır. Cabri Geometri II Plus, güçlü ve kullanımı kolay pek çok özelliklere sahiptir. En basitten en karmaşığına kadar tüm şekilleri özgürce hareket ettirilebilirsiniz. İstedığınız her an, bir şeklin çizimini test edebilir, varsayımlar, ölçümler, hesaplamalar yapabilir, nesnelere silip saklayabilir ya da renklerini ve görünümünü değiştirebilirsiniz.

Cabri Geometri II Plus, geometri eğitimi ve öğrenimi için tasarlanan programlar arasında en ön sırada yer almaktadır. Öğretmenlere olduğu gibi öğrencilere de hitap eder ve ilkokuldan üniversiteye kadar tüm seviyelerde kullanılabilir.

Programın bazı özellikleri Macintosh/Windows sürümlerinde farklılık göstermektedir : Windows'da **Ctrl** ve **Alt** tuşları **Seçenekler** komutuna karşılık gelirken aynı komut Mac OS'da **Alt** tuşuna karşılık gelir. Windows'da farenin sağ tuşuna tıklama, Mac OS'da **Ctrl** + tıklamaya karşılık gelir.

- **Arayüz** : Yeni ikonlar daha büyük olup daha okunaklıdır. Geliştirilmiş menüler, Cabri Geometri'nin kullanımını kolaylaştırıp, istenen her nesnenin görünüm özelliklerini değiştirerek, nesnelere seçiminde yaşanan karışıklıkların kolayca çözülmesini sağlamaktadır.
- **İsimler** : Bütün nesnelere isim verebilir ve verdiğiniz isimleri nesnenin etrafında istediğiniz yere yerleştirebilirsiniz.
- **Matematiksel ifadeler** : Bir ya da birden çok değişkenli matematiksel ifadeleri tanımlayabilir ve bunları dinamik olarak değerlendirebilirsiniz.
- **Grafikler** : Bir ya da birden çok fonksiyonun grafiklerini kolayca çizebilir ve bunlar üzerinde çalabilirsiniz.
- **Geometrik yerler** : Noktaların ya da nesnelere geometrik yerlerini, ya da geometrik yerlerin geometrik yerini, veya geometrik yerlerin kesişimlerini oluşturabilirsiniz. Geometrik Yer aracı sayesinde cebirsel eğrilerin denklemlerini elde edebilirsiniz.
- **Zeki doğrular** : Bir doğrunun sadece 'yararlı' kısmının gösterilmesini sağlayabilirsiniz. (Bu kısmın uzunluğu istenildiği gibi değiştirilebilir).
- **Renkler** : Geliştirilmiş yeni renk paletleri veya harekete göre renk değiştirme özelliği sayesinde, nesnelere, metinlerin renklerini değiştirebilir ya da nesnelere istediğiniz bir renk ile doldurabilirsiniz.
- **Resimler (Bitmaps, JPEG, GIF)** : Bir şeklin nesnelere (noktalar, doğru parçaları, çokgenler, arka plan) resim iliştiirebilirsiniz. Resimler, şeklin hareketi ve animasyonlar esnasında güncellenmektedir.
- **Metinler** : Yazı tipi, boyutu ve rengini özgürce değiştirebilirsiniz.

• **Şeklin tanım penceresi** : Bir şeklin tüm çizim aşamalarını listelemek için şeklin tanım penceresini kullanabilirsiniz (sadece Windows'da).

• **Oturumun kaydı** : Programın kullanımı süresince bir oturumu kaydedebilirsiniz. Kaydedilmiş bir oturumu, öğrencilerin gelişimini veya karşılaştıkları zorlukları tespit etmek amacıyla, bilgisayar ekranından oynatılabilir ya da yazıcıda yazdırılabilir (sadece Windows'da).

• **Şekil aktarımı** : Şekilleri Cabri Junior'un yüklü olduğu bir hesap makinesine (TI-83 Plus ve TI-84 Plus) taşıyabilir ya da böyle bir hesap makinesinden bilgisayara aktarabilirsiniz.

Bu eşsiz özelliklerin eğitim ve öğretime yeni bir boyut getireceği apaçık ortada !

Bu kullanım kılavuzu iki bölümden oluşmaktadır.

**[1] TEMEL KAVRAMLAR** bölümü Cabri Geometri'yi ilk defa kullananlar için hazırlanmış olup, Cabri Geometri II Plus programını tanımayı ve farenin kullanımına alışmayı sağlamak hedefindedir. Ancak, deneyimler programın kullanımının çok çabuk öğrenildiğini ve öğrencilerin yarım saatlik programa alışma süreci sonunda geometri problemleri çözebildiklerini göstermiştir.

**[2] KEŞİFLER** bölümü yeni kullanıcılar için olup, etkileşimli geometriyi keşfetmek için, orta okul ve lise düzeyinde problemler içerir. Programın kurulum dosyasında ya da kurulum CD'sinde çeşitli başka belgeler de bulabilirsiniz.

**REFERANS.pdf** isimli belge programın detaylı tanımını içerir.

**İLERİ DERSLER.pdf** isimli belge lise ve üniversite düzeyinde problemler önerir.

Bu belgelerdeki problemler birbirinden bağımsız olup, kullanıcıların detaylı çizim yöntemlerini denedikten sonra önerilen problemleri çözmeleri tavsiye olunur.

Cabri Geometri II Plus bundan sonraki kısımlarda Cabri Geometri olarak anılacaktır.

Web sitemizden [www.cabri.com](http://www.cabri.com) güncellenmiş ürünlerimize ulaşabilir, ürünlerimiz hakkında bilgi edinebilir ve bu belgenin yeni sürümlerini elde edebilirsiniz. Ayrıca sitemiz, onlarca internet sayfasına linkler vermekte ve geometri ve Cabri Geometri üzerine pek çok kitabın referanslarını da içermektedir.

CABRILOG ekibi olarak, çizimler, araştırmalar ve keşiflerle dolu büyüleyici bir zaman geçirmenizi dileriz.

---

©2006 CABRILOG SAS

**Cabri Geometri II Plus Kullanım Kılavuzu :**

**Yazan :** Eric Bainville

**Tercüme Eden :** Menekşe Seden Tapan

**Güncelleştirme :** Christophe Foucher, 30 Haziran 2005

**Yeni Sürümler :** [www.cabri.com](http://www.cabri.com)

**Hataları bize bildirmek için :** [support@cabri.com](mailto:support@cabri.com)

**Grafik tasarımı, sayfa yapısı ve denetim :** Cabrilog

# İÇİNDEKİLER

## TEMEL KAVRAMLAR

### BÖLÜM 1

- 1.1 PROGRAMIN HEDEFİ
- 1.2 PROGRAMIN ARAYÜZÜ
- 1.3 FARENİN KULLANIMI
- 1.4 İLK ÇİZİM

P 9

P 9

P 10

P 12

P 14

## KEŞİFLER

### BÖLÜM 2

**KEŞİFLER : ÜÇGENİN EULER DOĞRUSU**

P 23

### BÖLÜM 3

**KEŞİFLER : ESRARENGİZ NOKTANIN PEŞİNDE**

P 33

### BÖLÜM 4

**KEŞİFLER : VARIGNON DÖRTGENİ**

P 39





## TEMEL KAVRAMLAR

### 1.1 PROGRAMIN HEDEFİ

Cabri Geometri'nin hedefi kullanıcı ve program arasında maksimum etkileşim (fare, klavye,...) sağlamaktır. Cabri Geometri ayrıca kullanıcının programdan beklentilerini, bir yandan bilgisayarın iç işleyişine ters düşmeyecek şekilde diğer yandan en uygun matematiksel yolu seçerek, tam olarak karşılayabilmek ilkesindedir.

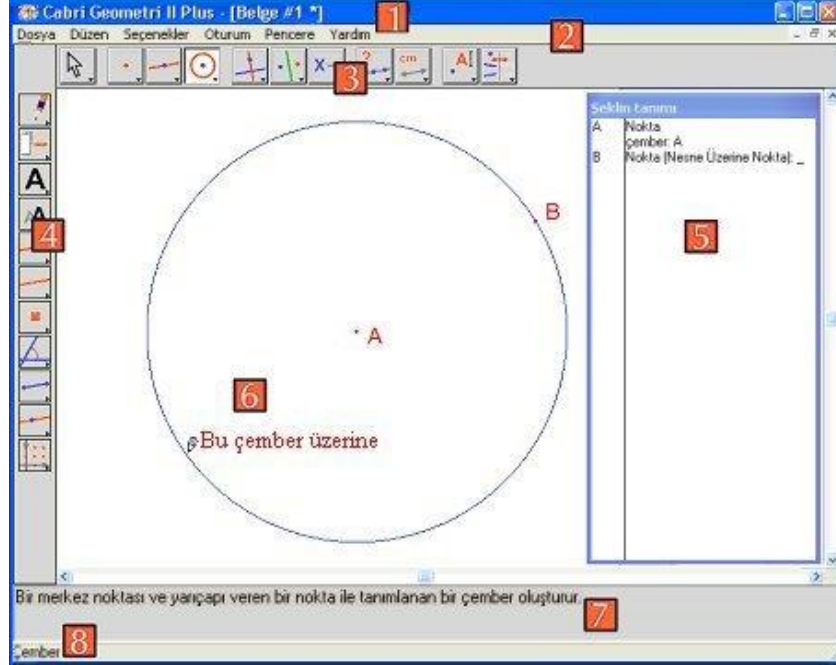
Bir Cabri Geometri **belgesi**, 1 metre karelik sanal kağıt üzerine çizilmiş bir **şekil**den oluşur. Bir şekil geometrik nesnelere (noktalar, doğrular, çemberler,...) ve ayrıca diğer başka nesnelere (sayılar, metinler, formüller,...) oluşur.

Bir belge **makro-oluşumlar** da içerebilir. Makro-oluşumlar, bir şeklin ara çizimlerini kaydederek programın işlevlerini genişletme imkanını sağlar.

Cabri Geometri'de aynı anda birden fazla belge açabilirsiniz ve açık belgeler arasında Kes-Kopyala/Yapıştır işlemlerini yapabilirsiniz.

## 1.2 PROGRAMIN ARAYÜZÜ

Aşağıdaki şekil Cabri Geometri'nin ana penceresini ve bölümlerini göstermektedir. Programın ilk açılışında simge çubuğu, yardım penceresi ve şeklin tanım penceresi görüntülenmez.



- |                  |                           |
|------------------|---------------------------|
| 1. Başlık çubuğu | 5. Şeklin tanım penceresi |
| 2. Menü çubuğu   | 6. Çizim alanı            |
| 3. Araç çubuğu   | 7. Yardım penceresi       |
| 4. Simges çubuğu | 8. Durum çubuğu           |

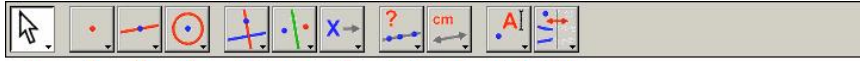
**Başlık çubuğu**, şekli içeren dosyanın adını veya belgeye henüz bir isim verilmediyse **Belge #1, 2...** belirtir.

**Menü çubuğu**, Cabri Geometri'nin komutlarına ulaşmayı sağlar ve başka programlarda rastlanan komutlara benzer.

Kullanım kılavuzu boyunca, **Menü** menüsünden **Komut** komutu **[Menü]Komut** olarak belirtilecektir. Örneğin, **[Dosya]Farklı kaydet...** yazılımı **Dosya** menüsünden **Farklı kaydet...** anlamına gelir.

**Araç çubuğu**, şekli oluşturup hareket ettirmek için gerekli araçları sağlar ve çubuk üzerinde birer simge (ikon) olarak görüntülenen araçları içeren bir çok araç kutusundan oluşur. Seçili olan araç, basık şekilde ve açık renk arka plan ile görüntülenir. Araç çubuğunda görüntülenen bir düğmenin üzerine kısa bir tıklama ilgili aracı etkin hale getirir. Bir düğmenin üzerine uzun süreli bir tıklama araç kutusunu açmayı ve buradan bir araç seçmeyi sağlar. Seçilen araç etkin halde olmanın yanı sıra simgesi, araç kutusunun görüntülenen aracı halini alır.

**Araç çubuğu**, kullanıcı tarafından istenildiği gibi düzenlenebilir ve sınıflarda olası bir kullanım amacı ile ayarlanan bir düzende kilitlenebilir (bakınız : **REFERANS.PDF** belgesi[8] **TERCİHLER VE KİŞİSEL AYARLAR** bölümü).



1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11

- |             |               |                        |
|-------------|---------------|------------------------|
| 1. Hareket  | 5. Oluşumlar  | 9. Ölçümler            |
| 2. Noktalar | 6. Dönüşümler | 10. Metin ve semboller |
| 3. Doğrular | 7. Makrolar   | 11. Simgeler           |
| 4. Eğriler  | 8. Özellikler |                        |

Kullanım kılavuzu boyunca, **Kutu** kutusundan **Araç** aracı par **[Kutu]Araç** olarak belirtilecek ve ilgili aracın simgesi yanda hatırlatılacaktır (çok uzun olan bazı araç isimleri kısaltılmıştır). Örneğin, **[Doğrular]Işın** yazılımı **Doğrular** araç kutusundan **Işın** aracı anlamına gelir.



Araç çubuğundaki simgelerin boyutu küçük ya da büyük olarak ayarlanabilir. Simgelerin boyutlarını değiştirmek için, işaretçiyi araç çubuğundaki en son aracın sağına getirdikten sonra farenin sağ tuşuna tıklayın ve « Küçük simgeler » seçeneğini seçin.

Pencerenin altındaki **durum çubuğu** o anda etkin olan aracı gösterir (sadece Windows'da).

**Simge çubuğu** nesnelere niteliğini (renkler, biçimler, boyutlar,...) değiştirmeyi sağlar. **[Seçenekler]Simgeleri göster** komutuyla simge çubuğu görüntülenir, ve **F9** tuşuyla ya da **[Seçenekler] Simgeleri gizle** komutuyla tekrar gizlenir (sadece Windows'da).

**Yardım penceresi** seçilen araç hakkında kısa bir yardım iletisi sağlar. Aracın kullanımı için gereken nesnelere ve aracın oluşturacağı nesnelere belirtir. Yardım penceresi **F1** tuşu ile görüntülenir ya da gizlenir (sadece Windows'da).

**Şeklin tanım penceresi** (sadece Windows'da) bir şeklin tanımlamasını metin olarak verir; çizilmiş olan bütün nesnelere ve çizim yöntemlerini içerir. Şeklin tanım penceresi **[Seçenekler]Şeklin tanımlamasını göster** komutuyla görüntülenir ve **[Seçenekler] Şeklin tanımlamasını gizle** komutu ya da **F10** tuşuyla gizlenir.

Son olarak, **çizim alanı** sayfanın mevcut alanının bir kısmını temsil eder ve geometrik çizimler bu alanda yapılır.

### 1.3 FARENİN KULLANIMI

Programın işlevlerinden büyük çoğunluğu farenin kullanımı ile gerçekleştirilir. Fare ile yapılan işlemler şunlardır : Fareyi hareket ettirme, farenin bir tuşuna basma ve farenin bir tuşunu bırakma. Aksi belirtilmedikçe farenin sol tuşu kullanılır.

- Farenin tuşuna basıp-bırakma eylemine **tıklama** denir.
- Farenin tuşuna basıp-bırakma-basıp-bırakma eylemine **çift-tıklama** denir.
- Farenin tuşuna basıp-hareket ettirip-bırakma eylemine **tıklayıp-sürükleme** denir.

Fare çizim alanına hareket ettirildiğinde, program tıklama ya da **tıklayıp- sürükleme** eylemlerinin ne sonuç vereceğini üç farklı şekilde bildirir :

- işaretçinin biçimi,
- işaretçinin yanında görüntülenen ileti,
- çizilmekte olan nesnenin kısmen görüntülenmesi.

Bazı durumlarda, ileti ve çizilmekte olan nesne görüntülenmeyebilir.

## Programdaki farklı işaretçi biçimleri aşağıda açıklanmıştır:



Varolan bir nesne seçilebilir.



Varolan bir nesne seçilebilir, hareket ettirilebilir ya da bir çizimde kullanılabilir.



Bir nesnenin üzerine, seçmek ya da bir çizimde kullanmak amacıyla tıklayınca belirir.



İşaretçinin bulunduğu alanda birden fazla nesne seçilebileceği durumlarda belirir. Tıklandığında seçilebilecek nesnelere görüntüleyen bir listeden istenilen nesne seçilir.



Bir nesne hareket ettirilirken belirir.



İşaretçi sayfanın boş bir kısmında bulunduğu anda belirir. Tıklayıp-sürükleyerek dikdörtgen bir alan seçilebilir.



Görüntülenen çizim alanının hareket ettirilebileceğini belirtir. **Ctrl** (Windows) ya da **Seçenekler** (Mac OS) tuşları basılı tutularak etkin hale getirilir ve tıklayıp-sürükleyerek sayfa istenilen konuma getirilir.



Çizim alanı hareket ettirilirken belirir.



Tıklandığında sayfada yeni bir **bağımsız** nokta oluşturulacağını belirtir.



Tıklandığında, varolan bir nesne üzerinde ya da varolan iki nesnenin kesişiminde yeni bir nokta oluşturulacağını belirtir.



Tıklandığında işaretçinin gösterdiği nesnenin seçili olan renk ile doldurulacağını belirtir.

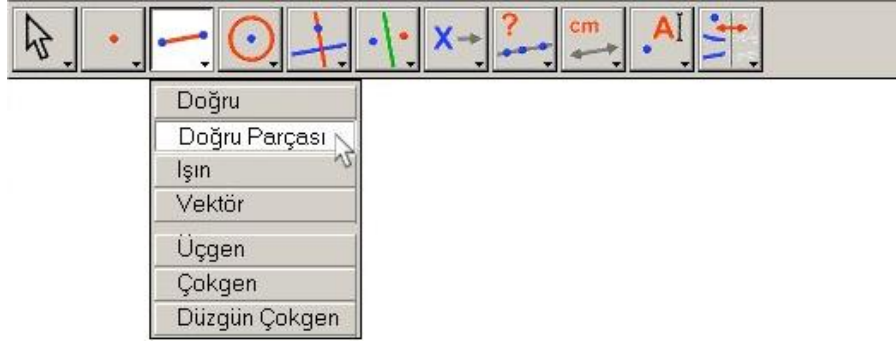
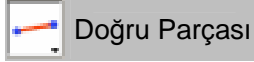


Tıklandığında işaretçinin gösterdiği nesnenin niteliğinin (renk, biçim, kalınlık,...) değiştirileceğini belirtir.

## 1.4 İLK ÇİZİM

[1] **TEMEL KAVRAMLAR**, bölümünü örneklemek için köşegenlerinden biri verilen kareyi çizelim. Cabri Geometri açıldığında boş bir belge oluşturur ve hemen çizime başlayabilirsiniz.

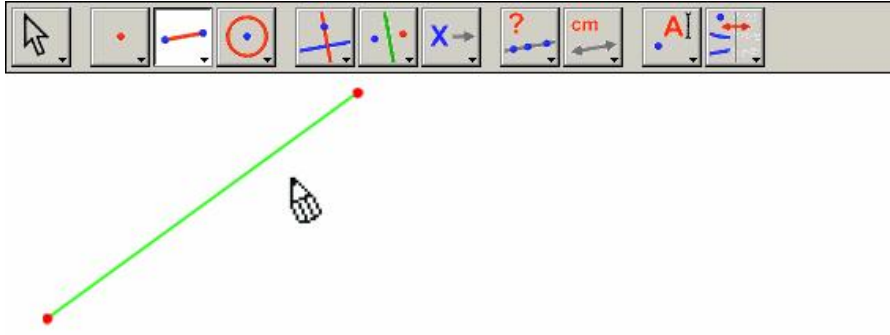
İlk olarak, karenin köşegeni olacak doğru parçasını oluşturalım. Doğru simgesini tıklayıp basılı tutarak araç kutusunu açalım ve **[Doğrular]Doğru Parçası** aracını etkin hale getirelim. Bunun için işaretçiyi, farenin tuşunu basılı tutarak, doğru parçası aracının üzerine gelecek şekilde hareket ettirip farenin tuşunu bırakmanız yeterlidir.




**Şekil 1.1** – **[Doğrular]Doğru Parçası** aracının seçimi.




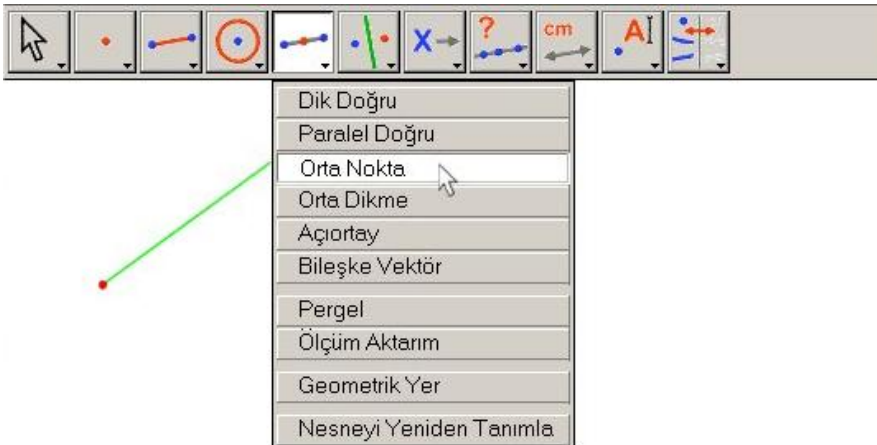
**Şekil 1.2** – İlk noktanın oluşturulmasının ardından ikinci nokta oluşturulana kadar çizilecek olan doğru parçası işaretçi ile istenilen yere hareket ettirilebilir.

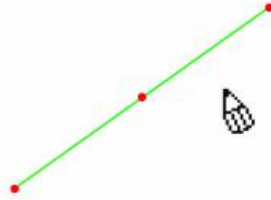
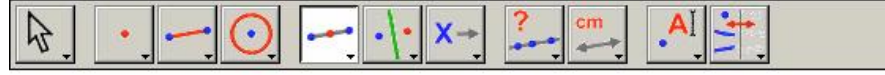
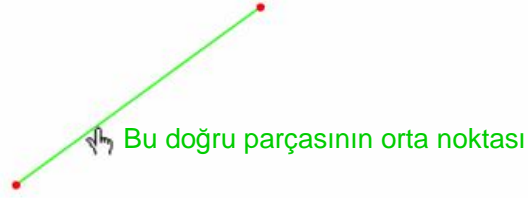
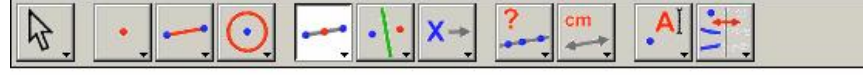


**Şekil 1.3** – İkinci noktanın da oluşturulmasıyla doğru parçası çizilmiştir. **[Doğrular]Doğru Parçası** aracı etkin halde kalır ve başka bir doğru parçası hemen çizilebilir.

Şimdi işaretçiyi,  biçimini alacak şekilde çizim alanında hareket ettirelim. Fareye tıklayarak birinci noktayı oluşturalım. İşaretçiyi çizim alanında hareket ettirmeye devam edelim. Birinci nokta ve işaretçinin ucu arasında görüntülenen doğru parçası, çizilecek olan doğru parçasını gösterir. İkinci nokta fareye tıklayarak oluşturulur. Şu anda şeklimiz iki nokta ve bir doğru parçası içermekte.

Kareyi çizmek için, çapı bu doğru parçası olan bir çember çizelim. Çemberin merkezi, doğru parçasının orta noktası olacaktır. Doğru parçasının orta noktasını oluşturmak için **[Oluşumlar]Orta Nokta** aracını etkin hale getirelim ve işaretçiyi doğru parçasının üzerine hareket ettirelim. **Bu doğru parçasının orta noktası** iletisi işaretçinin yanında belirecek ve işaretçi  biçimini alacaktır. Fareye tıklayarak doğru parçasının orta noktasını oluşturalım.





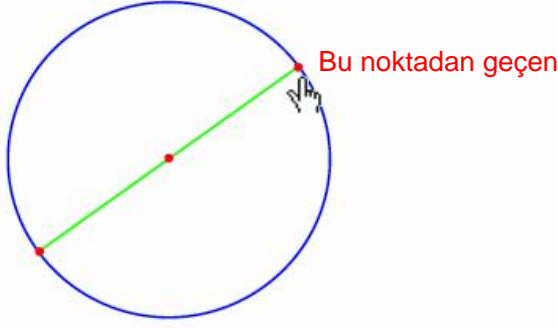
**Şekil 1.4** – Doğru parçasının orta noktasının oluşturulması.




[Eğriler]**Çember** aracını etkin hale getirelim ve işaretçiyi orta noktasına yaklaştıralım. **Merkezi bu nokta olan** iletisi işaretçinin yanında belirince, oluşturacağımız çemberin merkezi olarak doğru parçasının orta noktasını seçmek için fareye tıklayalım. Daha sonra, çember aracı çemberi belirlemek için ikinci bir nokta bekler. İşaretçinin hareketi sırasında, merkezi doğru parçasının orta noktası olan ve işaretçinin ucundan geçen çember görüntülenir. Çemberin çizimini tamamlamak için, işaretçiyi doğru parçasının uç noktalarından birine yaklaştıralım, **Bu noktadan geçen** iletisi görüntülenince tıklayalım.







**Şekil 1.5** – Çapı, verilen bir doğru parçası olan çemberin oluşturulması.

Şekli hareket ettirmek için [Hareket]İşaretçi aracını etkin hale getirelim. İşaretçiyi, bağımsız noktalar olan doğru parçasının uç noktalarına yaklaştırdığınızda,  biçimini alır ve **Bu nokta** iletisi görüntülenir. Tıklayıp-sürükleme ile noktayı hareket ettirebilirsiniz. Bu durumda, çizimin tamamı otomatik olarak güncellenir: Hareket ettiği için doğru parçası tekrar çizilir, sonuç olarak doğru parçasının orta noktası ve çember de hareket eder.



Kareyi çizebilmek için diğer köşegenini çizmemiz gerekiyor.

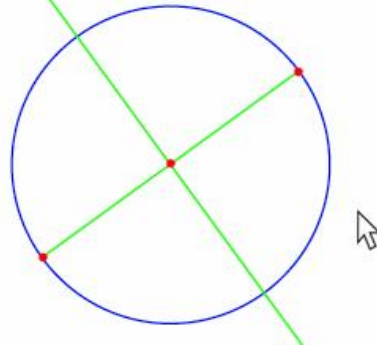
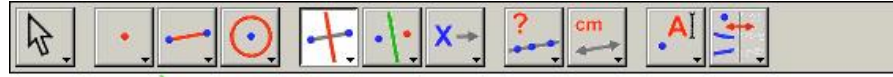
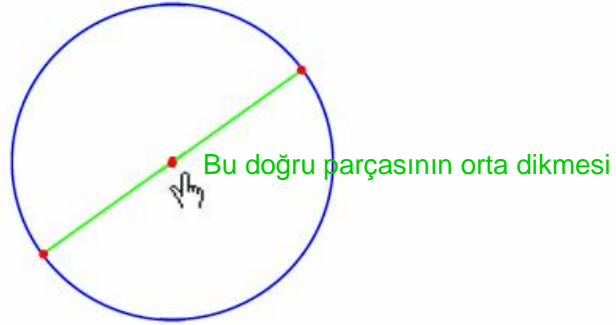
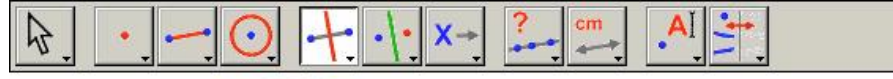
Karenin diğer köşegeni, çemberin doğru parçasına dik çapı

olacaktır. Şimdi, doğru parçasının orta dikmesini oluşturalım: doğru parçasının orta noktasından geçen ve ona dik olan doğru.

[Oluşumlar]Orta Dikme aracını etkin hale getirelim ve doğru parçasını üzerine tıklayarak seçelim. Cabri Geometri doğru parçasının orta dikmesini oluşturdu.

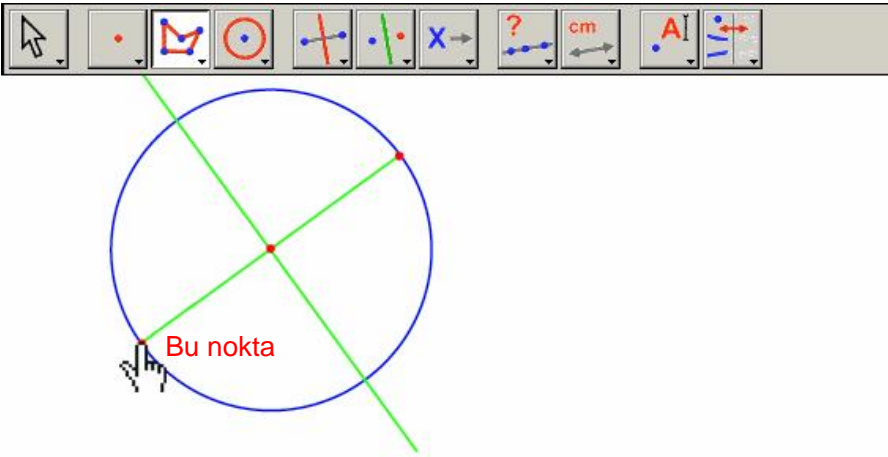
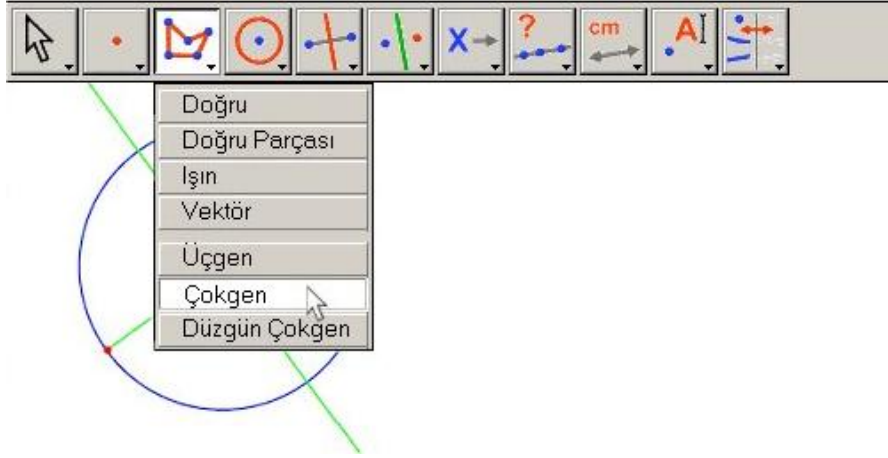


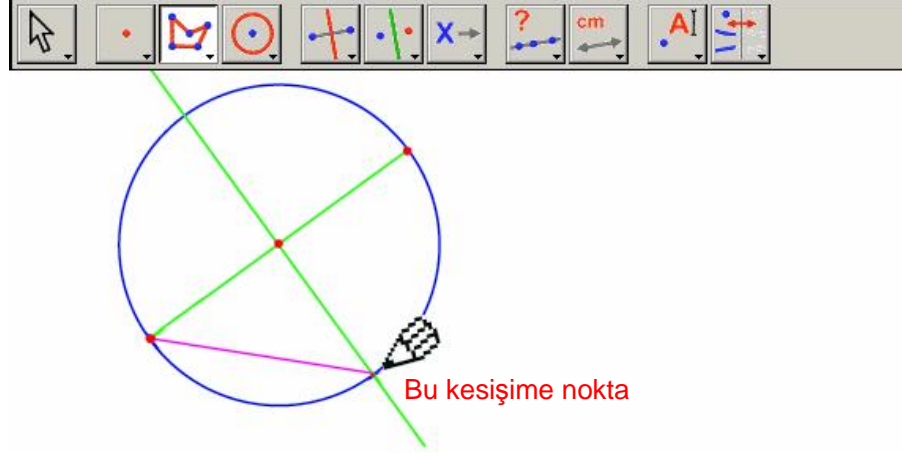
Temel kavramlar



**Şekil 1.6** – Karenin diğer köşegenini belirlemek için, doğru parçasının orta dikmesinin oluşturulması.

Karenin çizimini tamamlamak için [Doğrular]Çokgen aracını etkin hale getirelim. Bu araç, çokgenin köşelerini tanımlayacak noktalar dizisini seçmenizi bekler. Çokgen, ilk seçilen noktaya tekrar tıklanarak veya son seçilen noktaya çift tıklanarak belirlenir. Çember ile orta dikmenin kesişim noktalarını henüz oluşturmadık; ancak Cabri Geometri, bu noktaların bir çizimde kullanımları esnasında oluşturulmalarına imkan tanır.

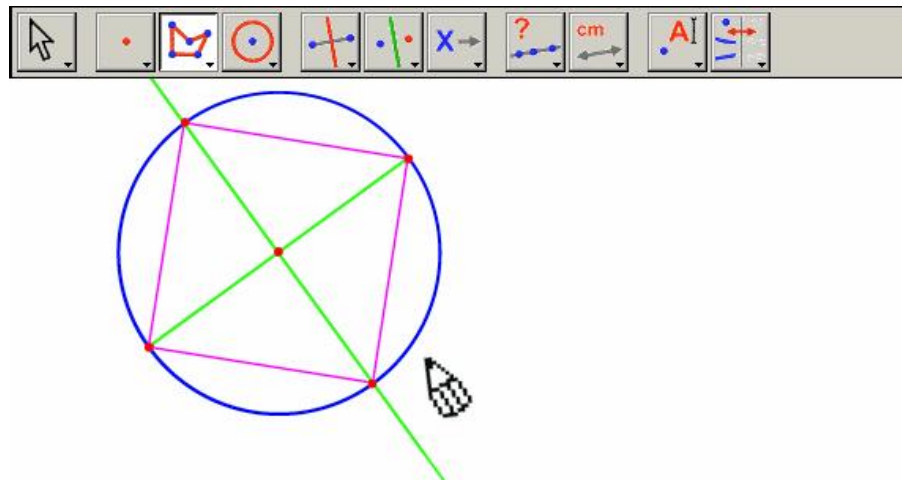




**Şekil 1.7** – Çember ile orta dikmenin kesişim noktalarının çizim esnasında oluşturulması yöntemi ile karenin çizimi.

Başka bir deyişle, çokgenin ilk köşesi olarak, doğru parçasının uç noktalarından birisini seçelim (**Bu nokta** iletisi). Daha sonra, işaretçiyi çember ile orta dikmenin kesişim noktalarından birisine yaklaştıralım.

Fareye tıkladığında kesişim noktasının oluşturulacağını belirtmek **Bu kesişime nokta** iletisi görüntülenir ; çokgenin bir sonraki köşesini oluşturmak için tıklayın. Daha sonra, doğru parçasının diğer uç noktasını seçin ve diğer kesişim noktasını oluşturun. Son olarak, kareyi tamamlamak için ilk seçtiğiniz noktanın üzerine tekrar tıklayın.



**Şekil 1.8** – Cabri Geometri ile ilk çiziminiz !





## ÜÇGENİN EULER DOĞRUSU

İlk olarak, bir ABC üçgeni ve bu üçgenin kenarortaylarını çizelim. Bir köşeyi karşı kenarın orta noktasına bağlayan doğruya kenarortay denir. Daha sonra üçgenin yüksekliklerini çizeceğiz (üçgenin bir köşesinden geçen ve karşı kenara dik olan doğru). Son olarak, üçgenin kenarlarının orta dikmelerini oluşturacağız (üçgenin bir kenarının orta noktasından geçen ve o kenara dik olan doğru). Bilindiği üzere, üçgenin yükseklikleri, kenarortayları ve kenarlarının orta dikmeleri aynı noktalarda kesişirler ve bu kesişme noktaları doğrusaldır. Üçgenin yükseklikleri, kenarortayları ve kenarlarının orta dikmelerinin kesişme noktalarından geçen bu doğruya üçgenin *Euler*<sup>1</sup> doğrusu denir.

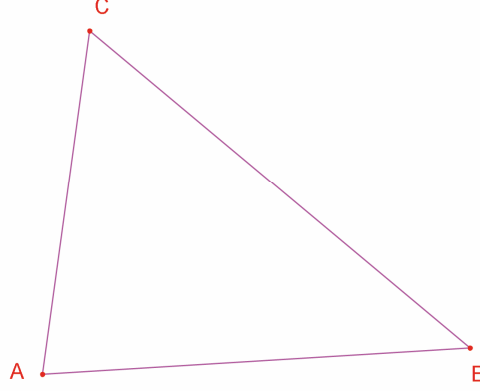
Üçgeni oluşturmak için **[Doğrular]Üçgen** aracını seçelim. Araç çubuğunun kullanımı hususunda detaylı bilgi için **[1] TEMEL KAVRAMLAR** bölümüne bakabilirsiniz.



Üçgen

Üçgeni oluşturmak için, **[Doğrular]Üçgen** aracını etkin hale getirdikten sonra çizim alanına tıklayarak üç tane nokta oluşturmanız yeterlidir. Üçgenin çizimi esnasında, noktaları oluşturur oluşturmaz klavyeden bir isim yazarak isimlendirebilirsiniz. Üçgenin çizimi tamamlandıktan sonra, bu isimler noktaların etrafında hareket ettirilip istenilen konuma getirilebilir (örneğin isimler üçgenin dışındaki alana çıkarılabilir).

<sup>1</sup>Léonard Euler,  
1707-1783



**Şekil 2.1** – [Doğrular]Üçgen aracı ile oluşturulan ABC üçgeni. Köşe noktaları, oluşturulmalarının hemen ardından klavyeden bir harf yazılarak isimlendirilmiştir.



İşaretçi

Bir ismi hareket ettirmek için [Hareket]İşaretçi aracı kullanılır (ismin üzerine tıklanır ve farenin tuşu bırakılmadan isim istenilen konuma hareket ettirilir). Bir nesnenin ismini değiştirmek için [Metin ve Semboller]İsimplendir aracı etkin hale getirilir ve değiştirilecek isim seçildikten sonra değişiklik yapılır.



İsimplendir

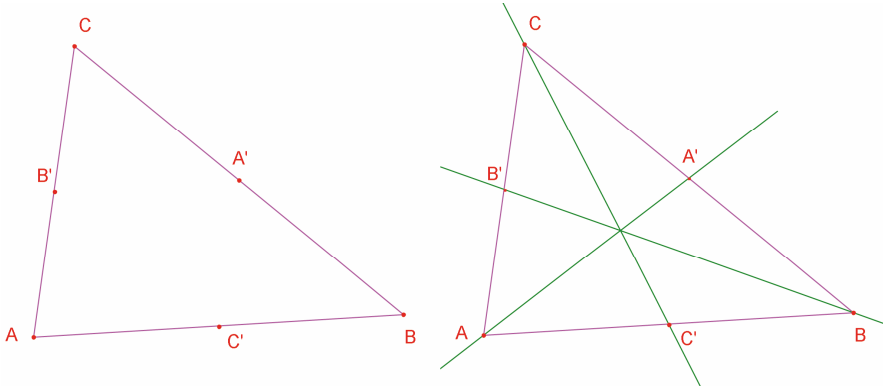


Orta Nokta

Orta noktaları oluşturmak için [Oluşumlar]Orta Nokta aracını kullanalım. [AB]'nin orta noktasını oluşturmak için, önce A sonra B noktasını seçelim. Bir doğru parçasının ya da çokgenin bir kenarının orta noktasını oluşturmanın başka bir yolu direkt olarak doğru parçasını ya da çokgenin kenarını seçmektir.

Oluşturulan bu yeni noktayı hemen C' olarak isimlendirelim. Üçgenin diğer iki kenarının orta noktalarını da aynı şekilde oluşturup, [BC]'nin orta noktasını A' ve [CA]'nın orta noktasını B' olarak isimlendirelim.





**Şekil 2.2** – [Solda]. Orta noktaların [Oluşumlar]Orta Nokta aracı ile oluşturulması. (Bu araç, iki noktanın, bir doğru parçasının ya da çokgenin bir kenarının orta noktasını oluşturabilir).

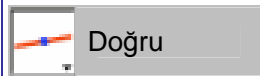
[Sağda]. [Doğrular]Doğru aracı kullanılarak kenarortayların oluşturulması ve renklerinin [Simgeler]Renk... aracı ile değiştirilmesi.

[Hareket]İşaretçi aracını kullanarak, şekildeki hareket ettirilebilir nesnelere hareket ettirebilirsiniz. Çizmiş olduğumuz şekilde A, B ve C noktaları hareket ettirilebilir bağımsız noktalardır. Bu noktalardan birisini hareket ettirdiğinizde, şeklin tamamının otomatik olarak güncellendiğini göreceksiniz. Böylece, Cabri Geometri çizmiş olduğunuz bir şeklin değişik durumlarını incelemenize olanak verir. Bir şeklin bağımsız nesnelere tespit etmek için [Hareket]İşaretçi aracını etkin hale getirmeniz ve çizim alanının boş bir kısmında faremin sol tuşuna tıklayıp basılı tutmanız yeterlidir. Bir süre sonra bağımsız nesnelere yanıp söndüğünü göreceksiniz.

Kenarortayları çizmek için [Doğrular]Doğru aracını etkin hale getirelim. (AA') doğrusunu çizmek için önce A sonra A' noktalarını seçelim.

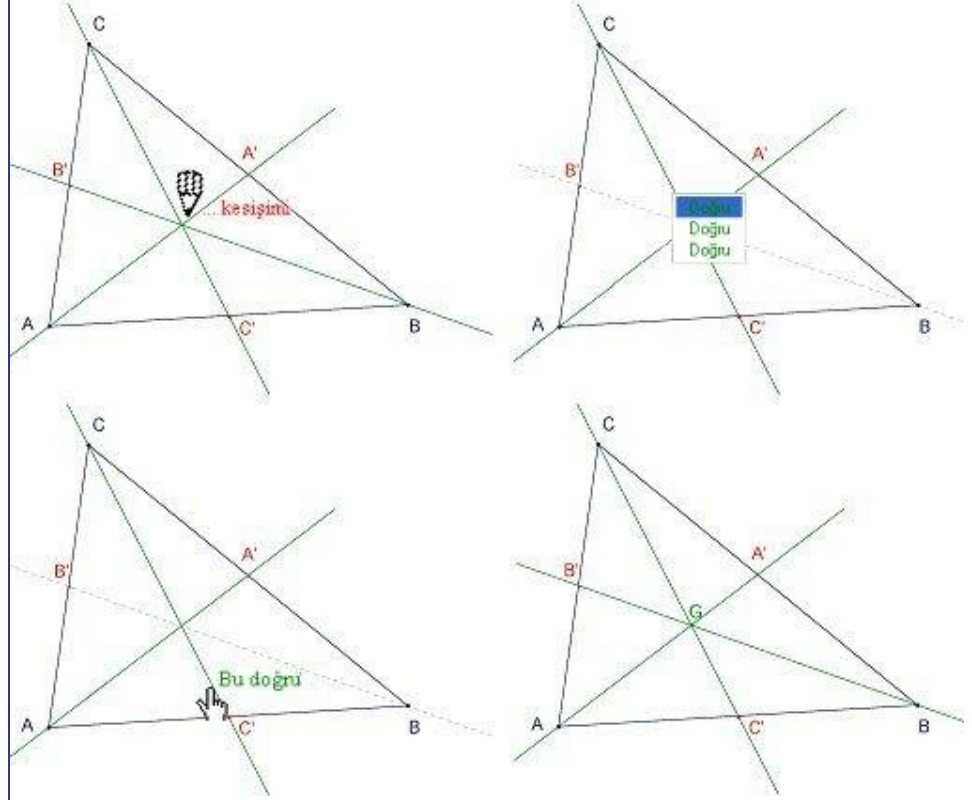
[Simgeler]Renk... aracı kullanılarak nesnelere renkleri değiştirilebilir. Bunun için önce palettteki renklerden birisi, daha sonra renklendirilecek nesne seçilir.

Şimdi, [Noktalar]Nokta aracını etkin hale getirelim ve işaretçiyi üç kenarortayın kesişim noktasına yaklaştıralım. Cabri Geometri iki doğrunun kesişim noktasını oluşturmaya çalışmaktadır. Ancak, belirtilen konumda üç doğru



## Keşifler

bulduğundan belirsizlik vardır ve tıkladığınızda kesişim noktası oluşturulacak iki doğruyu seçmeniz için bir liste görüntülenir. İşaretçiyi, listedeki nesnelere birinin üzerine getirdiğinizde, o nesne noktalı olarak görüntülenir. Cabri Geometri'nin kesişim noktalarını oluşturması için listeden iki doğru seçelim. Oluşturulan kesişim noktasını G olarak isimlendirelim.



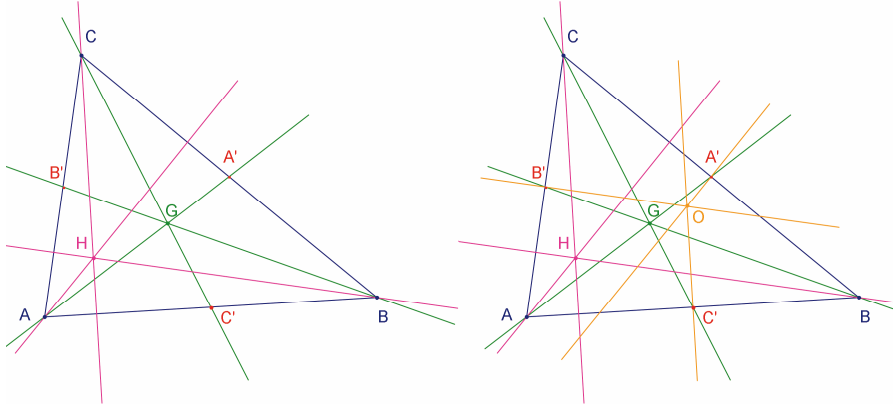
**Şekil 2.3** – Kenarortayların kesişim noktasının oluşturulması ve nesnelere seçimindeki belirsizliğin çözülmesi.



Dik Doğru

Yükseklikleri [Oluşumlar]Dik Doğru aracını kullanarak oluşturalım. Bu araç, bir noktadan geçen ve bir yöne dik olan tek doğruyu oluşturur. Kullanımı için bir nokta ve bir doğru veya bir doğru parçası veya bir ışın ya da çokgenin bir kenarı seçilir. Nesnelere seçim sırası önemli değildir. Üçgenin A köşe noktasından geçen yüksekliğini çizmek için, A noktasını ve [BC] kenarını seçelim. Aynı yöntemi B ve C noktaları için de uygulayalım. Kenarortaylar için yaptığımız gibi, yükseklikler için de bir renk seçelim ve kesişim noktasını oluşturup H olarak isimlendirelim.

[Oluşumlar]Orta Dikme aracı, iki noktanın, bir doğru parçasının ya da çokgenin bir kenarının orta dikmesini oluşturmak için kullanılır. [Oluşumlar]Orta Dikme aracını etkin hale getirip, doğru parçasını ya da doğru parçasının uç noktalarını seçelim. Orta dikmelerin kesişim noktasını O olarak isimlendirelim.



**Şekil 2.4** – [Solda]. [Oluşumlar]Dik Doğru aracı kullanılarak yüksekliklerin oluşturulması.

[Sağda]. [Oluşumlar]Orta Dikme aracı kullanılarak orta dikmelerin oluşturulması.

[Özellikler]Doğrusal mı? aracı ile O, H ve G noktalarının doğrusal olup olmadığını kontrol edebilirsiniz. Bunun için, sıra ile bu noktaları seçip sayfanın boş bir yerine tıklamanız yeterlidir. Cabri Geometri, noktaların doğrusal olup olmadığını bildiren bir metin görüntüleyecektir.

Şekil hareket ettirildiğinde, şeklin diğer nesnelere gibi bu metin de güncellenir.

O, H ve G noktalarından geçen Euler doğrusunu çizmek için [Doğrular]Doğru aracını etkin hale getirip, O ve H noktalarını seçelim. [Simgeler]Kalınlaştır... aracını kullanarak bu doğruyu kalınlaştıralım.



Orta Dikme



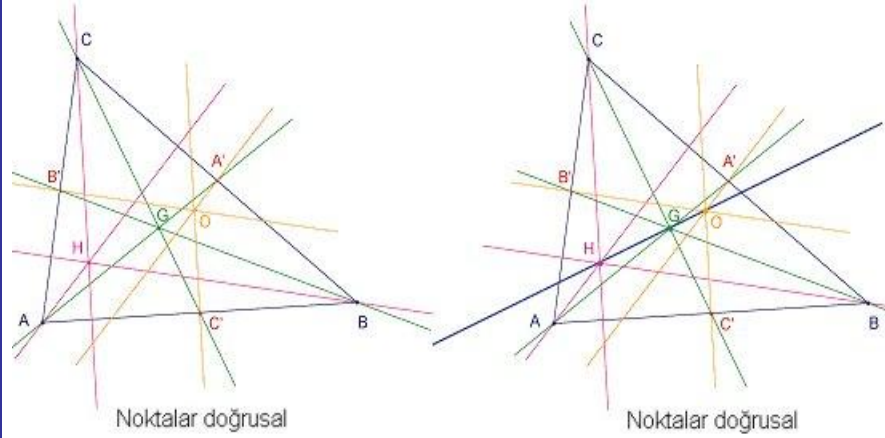
Doğrusal mı?



Doğru



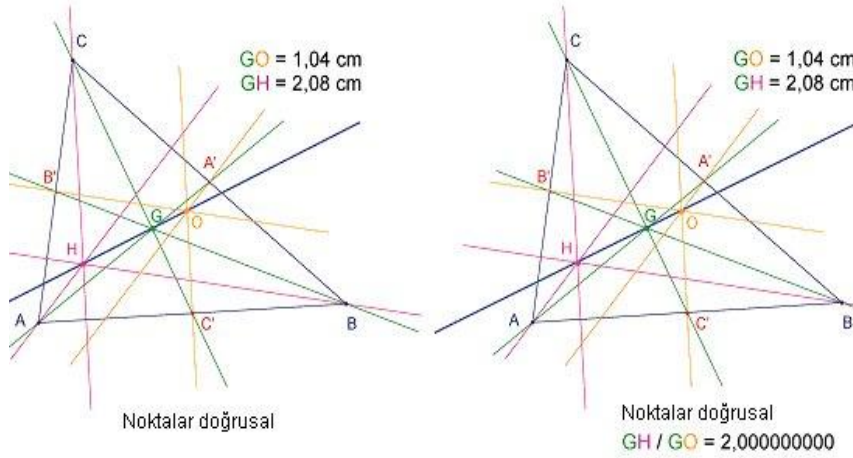
Kalınlaştır...



**Şekil 2.5** – [Solda]. O, H ve G noktalarının doğruya paralel olup olmadığının kontrol edilmesi. [Özellikler]Doğrusal mı? aracı, şeklin o andaki durumuna göre, Noktalar doğrusal ya da Noktalar doğrusal değil iletisini görüntüler. [Sağda]. [Simgeler]Kalınlaştır... aracı ile kalınlaştırılan, üçgenin Euler doğrusu.

Şekli, üçgenin köşe noktaları vasıtasıyla hareket ettirdiğimizde G noktasının her zaman O ve H noktalarının arasında bulunduğunu ve [OH] doğru parçasına göre konumunun değişmediğini görebiliriz. Bu tespitin doğru olup olmadığını GO ve GH uzunluklarını ölçerek kontrol edelim. Bunun için, [Ölçümler]Uzaklık ya da Uzunluk aracını etkin hale getirelim. Bu araç, seçilen nesneye göre, iki nokta arasındaki uzaklığı ya da bir doğru parçasının uzunluğunu bildirir. Önce G noktasını sonra O noktasını seçelim; GO uzunluğu santimetre (cm) olarak görüntülenecektir. GH uzunluğunu ölçmek için de aynı yolu izleyelim. Ölçüm tamamlandıktan sonra, görüntülenen metinde değişiklikler yapabilirsiniz; örneğin görüntülenen sayının önüne GO= ekleyebilirsiniz (sadece Windows'da).



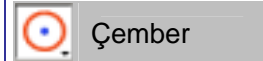
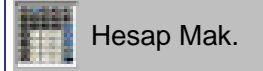


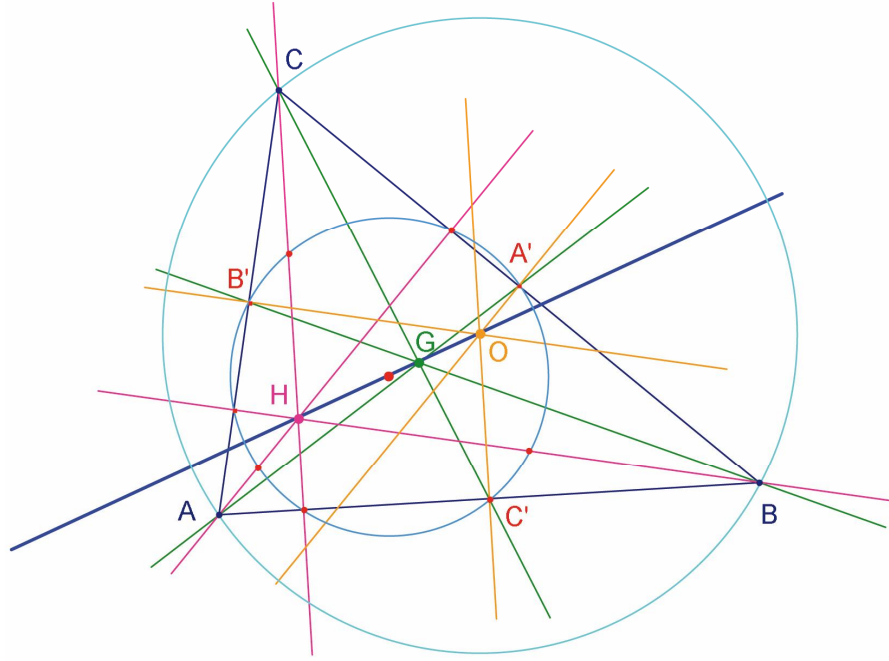
**Şekil 2.6 - [Solda]. [Ölçümler]Uzaklık ya da Uzunluk aracı kullanılarak GO ve GH uzunluklarının ölçülmesi. [Sağda]. Hesap makinesini kullanarak – [Ölçümler]Hesap Makinesi... aracı – GH/GO oranının hesaplanması ve bu oranın 2 olduğunun tespit edilmesi.**

Şekli hareket ettirdiğimizde GH uzunluğu GO uzunluğunun her zaman iki katı gibi görünmektedir. Bunun doğru olup olmadığını tespit etmek için GH/GO oranını hesaplayalım. [Ölçümler]Hesap Makinesi... aracını etkin hale getirelim. Önce GH uzunluğunu veren ölçüm metnini seçelim, daha sonra / (bölme işareti) işlemini ve son olarak uzunluğunu veren ölçüm metnini seçelim. Sonucu elde etmek için = düğmesine basalım. Sonuç, işaretçi ile tutulup kaydırılarak çizim alanına taşınabilir. [Hareket]İşaretçi aracı ile bir sayı seçtikten sonra + ve - tuşlarını kullanarak virgülden sonraki rakam sayısını artırıp azaltabilirsiniz. GH/GO oranının virgülden sonra on ya da daha fazla rakam ile görüntülenmesini sağlayarak, bu oranın tam olarak 2 olduğunu görebilirsiniz.

**Alıştırma 1 – [Eğriler]Çember** aracını kullanarak ABC üçgeninin çevrel çemberini çizelim (merkezi O olan A, B ve C noktalarından geçen çember).

**Alıştırma 2 –** Daha sonra üçgenin dokuz nokta çemberini çizelim. Bu çemberin merkezi [OH] doğru parçasının orta noktasıdır ve üçgenin kenarlarının orta noktalarından (A', B' ve C'), yüksekliklerin ayaklarından ve [HA], [HB] ve [HC] doğru parçalarının orta noktalarından geçer.





**Şekil 2.7** – Çizilen çevrel çember ve dokuz nokta çemberi ile elde edilen şeklin son durumu.







## ESRARENGİZ NOKTANIN PEŞİNDE

Bu bölümde, Cabri Geometri ile araştırma ve keşifler yapmaya örnek olacak bir problem üzerinde çalışacağız. Verilen üç A, B, C noktasından yola çıkarak, aşağıdaki eşitliği sağlayan M noktalarını araştıracağız :

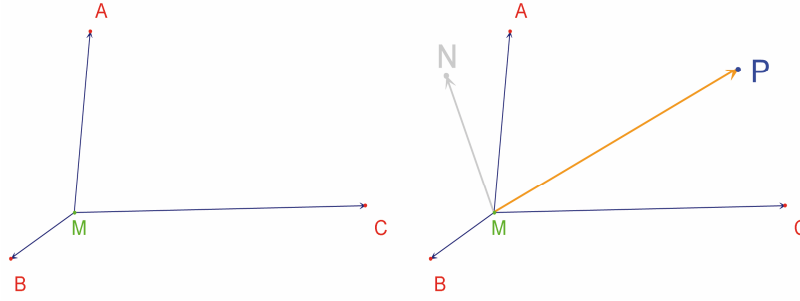
$$\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = \vec{0}$$

**[Noktalar]**Nokta aracını kullanarak üç tane nokta oluşturalım ve bu noktaları A, B, C, olarak isimlendirelim. Cabri Geometri vektörler ile çalışmaya olanak sağlamaktadır. Her vektör, ucunda ok olan bir doğru parçası ile görüntülenir. Şimdi bir M noktası oluşturalım ve  $\vec{MA}$  vektörünü çizelim; bunun için **[Doğrular]**Vektör aracını etkin hale getirdikten sonra önce M noktasını daha sonra A noktasını seçelim. Bu vektörün başlangıç noktası M noktasıdır. Aynı yöntemi kullanarak  $\vec{MB}$  ve  $\vec{MC}$  vektörlerini de çizelim.

$\vec{MA} + \vec{MB}$  bileşke vektörünü oluşturmak için **[Oluşumlar]**Bileşke Vektör aracını etkin hale getirelim. Önce iki vektörü, daha sonra bileşke vektörün başlangıç noktası olarak M noktasını seçelim. Oluşturulan bileşke vektörün sınır noktasını N olarak isimlendirelim.

Aynı yöntemi kullanarak üç vektörün bileşke vektörünü, başlangıç noktası olarak M noktasını seçerek oluşturalım. Yani,  $\vec{MN}$  ( $\vec{MN} = \vec{MA} + \vec{MB}$ ) ve  $\vec{MC}$  vektörlerinin toplamını oluşturalım. Bu son bileşke vektörün sınır noktasını da P olarak isimlendirelim.





**Şekil 3.1 - [Solda].**  $A, B, C$  ve  $M$  noktalarından yola çıkarak  $\vec{MA}, \vec{MB}$  ve  $\vec{MC}$  vektörlerinin çizilmesi. **[Sağda]. [Oluşumlar]Bileşke Vektör** aracını kullanarak  $\vec{MN} = \vec{MA} + \vec{MB}$  ve  $\vec{MP} = \vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}$ .

Artık, şekli hareket ettirerek problemin çözümünü araştırabiliriz. Bunun için **[Hareket]İşaretçi** aracını etkin hale getirelim ve  $M$  noktasını hareket ettirelim. Şeklin hareketi esnasında bileşke vektör sürekli güncellenmektedir.

İşaretçi

$\vec{MP} = \vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}$  vektörünün büyüklüğünün ve yönünün,  $M$  noktasının  $A, B$  ve  $C$  noktalarına göre konumuna bağlı olarak değiştiğini gözlemleyebiliriz. Böylece aşağıdaki varsayımları yapabiliriz (yapılabilecek başka varsayımlar arasından):

- $M$  noktasının sadece tek bir konumu için üç vektörün toplamı sıfır olur: Problemin tek bir çözümü vardır. Bu çözüm,  $ABC$  üçgeninin içinde kalan alanda yer alır.
- $MANB$  dörtgeni paralelkenardır.
- $MCPN$  dörtgeni paralelkenardır.
- Bileşke vektörün sıfır olması için,  $\vec{MN}$  ve  $\vec{MC}$  vektörleri paralel, aynı normda ve ters yönde olmalıdır.
- $\vec{MP}$  her zaman aynı noktadan geçer ve bu nokta problemin çözümüdür.
- Bileşke vektörün  $P$  sınır noktasının konumu,  $M$  noktasına bağlıdır. Böylece  $P$  noktasını  $M$  noktasına bağlayan bir dönüşüm tanımlanabilir ve problemin çözümü bu dönüşümdeki sabit noktalardan biridir. (Varsayımlar için yapılacak olan tespitlere göre problemin çözümü için araştırmalar çok farklı yönlerde ilerleyebilir).

Örneğin,  $\overrightarrow{MN}$  ve  $\overrightarrow{MC}$  vektörlerinin ters yönde olması gerektiğini tespit ettiğimizi varsayalım. Bu durumda sorulacak diğer bir soru şudur : M noktasının hangi konumu ya da konumları için bu iki vektör paraleldir ? M noktasını, bu iki vektör paralel olacak şekilde hareket ettirelim. M noktasının bir doğru üzerinde bulunması gerektiğini, ve bu doğrunun C noktasından ve [AB] doğru parçasının orta noktasından geçtiğini gözlemleyebiliriz. Öyleyse bu doğru, üçgenin C köşe noktasından geçen kenarortayıdır. M noktası A, B ve C noktalarının üçüne de bağımlı olduğundan, diğer iki kenarortayın da üzerinde bulunmalıdır ve bu nedenle üç kenarortayın kesişim noktasında yer almalıdır.

Sınıf ortamında, öğrencilerden çözüm noktasını çizmeleri ve araştırmalarının sonucu olarak ortaya koydukları varsayımları kanıtlamaları istenerek problemin çözümüne devam edilebilir.

Hareket ettirilebilen bir şekil, kağıt üzerine çizilmiş sabit bir şekle göre çok daha ikna edici örneklendirmeler sağlar. Öyle ki, bir varsayımın pek çok durumda doğru olup olmadığını araştırmak için, şekli hareket ettirmeniz yeterlidir. Şekli hareket ettirdikten sonra hala geçerli kalan bir varsayım, çoğu durumda doğru olacaktır.

Sınıflarda daha verimli bir kullanım için aşağıdaki noktaları öğrenciler ile tartışabilirsiniz:

- Hareket ettirildiğinde görsel olarak doğru olan bir çizim bütün durumlarda doğru mudur ?
- Hareket ettirildiğinde görsel olarak doğru olan bir çizim problemin çözümlerinden birisi midir ?
- Matematiksel bir düşünce hangi durumlarda ispat olarak nitelendirilebilir ?
- Hareket ettirilebilir doğru bir çizimin ispat olabilmesi için eksikleri nelerdir ?
- İspatlar, ilgili şekli çizmek için izlenen yöntemi esas almak zorunda mıdır ?

**Alıştırma 3** – Aynı problemi dört nokta için ele alıp aşağıdaki eşitliği sağlayan M noktalarını araştırın.

$$\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD} = \vec{0}$$

**Alıştırma 4** – Üç nokta ile olan ilk problem için, lise ikinci sınıf öğrencisinin izleyebileceği çözüm yollarının ve yapabileceği ispatların tümünün listesini yapın.

**Alıştırma 5** – Verilen A, B, C noktalarına uzaklığın toplamını  $(\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC})$  en aza indirgeyen M noktalarını araştırın ve çizin. Çözüm ABC üçgeninin Fermat noktasını verir.





## VARIGNON DÖRTGENİ

Bu bölümde Varignon<sup>1</sup> teoremi ile ilgili çizimler yapacağız.

Bir ABCD dörtgeni çizelim. Bunun için **[Doğrular]Çokgen** aracını etkin hale getirelim ve A, B, C, D olarak isimlendireceğimiz dört nokta seçelim. Çokgeni tamamlamak için D noktasını oluşturduktan sonra A noktasına tekrar tıklayalım.



Çokgen

Daha sonra, **[Oluşumlar]Orta Nokta** aracını kullanarak [AB], [BC], [CD] ve [DA] kenarlarının orta noktalarını sırası ile P, Q, R ve S olarak oluşturalım. Bu aracı kullanırken, [AB] doğru parçasının orta noktasını elde etmek için önce A noktasını sonra B noktasını ya da direkt olarak doğru parçasını seçebilirsiniz; veya çokgenin bir kenarını çizmiş olduğumuz şekil için seçebilirsiniz.



Orta Nokta

Şimdi **[Doğrular]Çokgen** aracını kullanarak PQRS dörtgenini çizelim.

**[Hareket]İşaretçi** aracı ile şekli hareket ettirdiğimizde PQRS dörtgeninin her zaman bir paralelkenar olduğu izlenimi uyanmakta. **[Özellikler]Paralel mi?** Aracını kullanarak, [PQ] ve [RS], ve [PS] ve [QR] doğru parçalarının paralel olup olmadıklarını Cabri Geometri'ye soralım. Bunun için **[Özellikler]Paralel mi?** aracını etkin hale getirelim ve önce [PQ] sonra [RS] kenarlarını seçelim. İki kenarın paralel olduğunu belirten bir metin görüntülenecektir. Aynı yöntem ile [PS] ve [QR] kenarlarının da paralel olduklarını doğrulayalım.

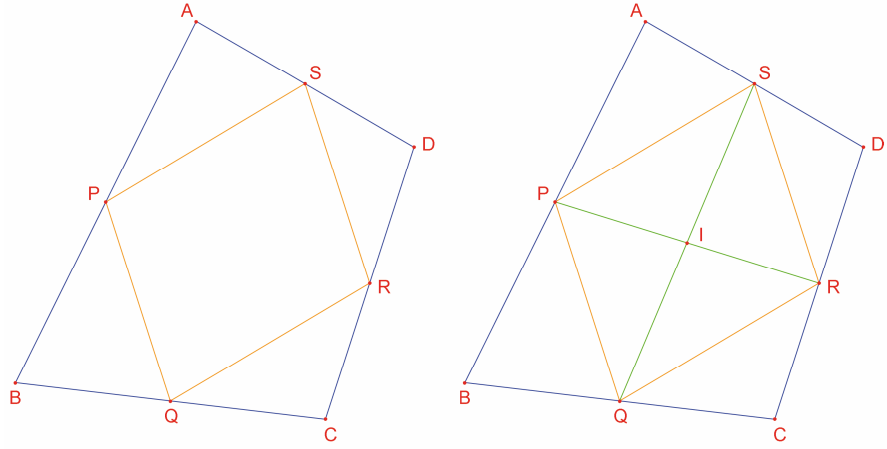


İşaretçi



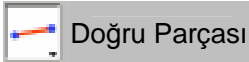
Paralel mi?

<sup>1</sup>Pierre Varignon,  
1654-1722

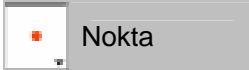


**Şekil 4.1** - [Solda]. Bir ABCD dörtgeninin kenarlarının P, Q, R, S orta noktalarından PQRS dörtgeninin oluşturulması.

[Sağda]. PQRS dörtgeninin köşegenlerinin çizilmesi ve köşegenlerin orta noktalarında kesiştiğinin görülmesi.



Doğru Parçası



Nokta

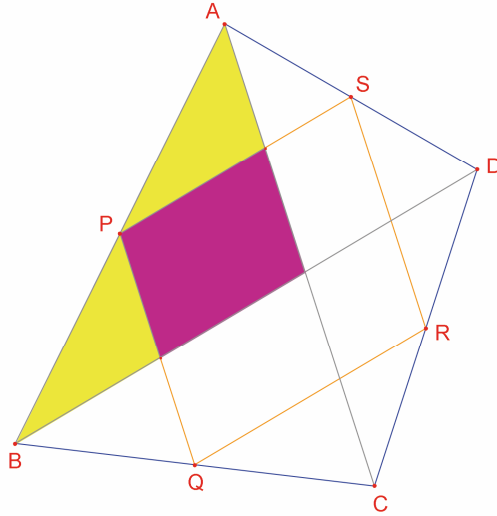
[Doğrular]Doğru Parçası aracını kullanarak [PR] et [QS] köşegenlerini çizelim ve [Noktalar]Nokta aracını kullanarak köşegenlerin kesişim noktasını oluşturup, bu noktayı I olarak isimlendirelim. I noktasının [PR]'in ve aynı zamanda [QS]'in orta noktası olduğunu; böylece PQRS dörtgeninin bir paralelkenar olduğunu kanıtlamanın bir çok yolu vardır. Örneğin, barisantrik hesap ile kanıtlayabiliriz :

P noktası  $\{(A,1), (B,1)\}$  için ve R noktası da  $\{(C,1), (D,1)\}$  için ağırlık merkezidir. Böylece, [PR]'nin orta noktası  $\{(A,1), (B,1), (C,1), (D,1)\}$  için ağırlık merkezi olur. Aynı durum, [QS]'in orta noktası içinde geçerlidir. Böylece, orta noktalar aynı tek bir noktaya rastlar : bu nokta I kesişim noktasıdır.

**Varignon teoremi** : Bir ABCD dörtgeninin kenarlarının P, Q, R, S orta noktaları bir paralelkenar belirtir ve bu PQRS paralelkenarın alanı ABCD dörtgeninin alanının yarısıdır.

**Alıştırma 6** – Teoremin birinci kısmını kanıtladık. Şimdi PQRS'in alanı ile ilgili teoremin ikinci kısmını da siz kanıtlayın. Şekil 4.2 den yardım alabilirsiniz.



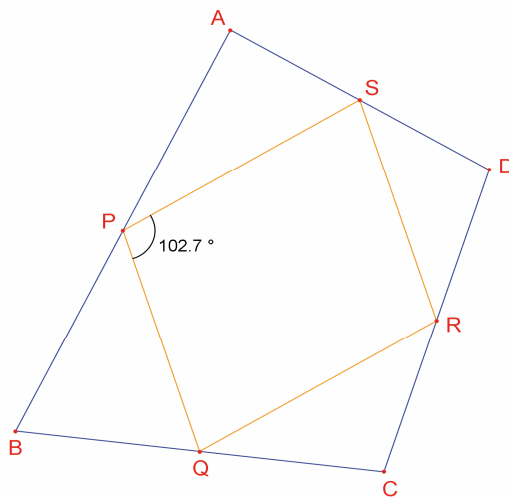


**Şekil 4.2** – Teoremin ikinci kısmının kanıtlanması ile ilgili çizim.

Şimdi, A, B ve C noktalarını sabit bırakıp D noktasını PQRS dikdörtgen olacak şekilde hareket ettirelim. PQRS'in paralelkenar olduğunu daha önceden bildiğimize göre, açılarından birisinin dik açı olması PQRS'in dikdörtgen olması için yeterlidir. P köşe noktasındaki açıyı [Ölçümler]Açı Ölçümü aracını kullanarak ölçelim. Bu araç, ikincisi köşe noktası olmak üzere, açıyı belirleyecek üç noktanın seçilmesini bekler. Örneğin, çizmiş bulunduğumuz şekilde sırasıyla S, P (köşe noktası) ve Q noktaları seçilmelidir.



Açı Ölçümü



**Şekil 4.3** – PQRS paralelkenarının P köşe noktasındaki açının ölçümü.

## Keşifler



Açı Ölçümü



Açı İşaretleme



Doğru



Dik Doğru



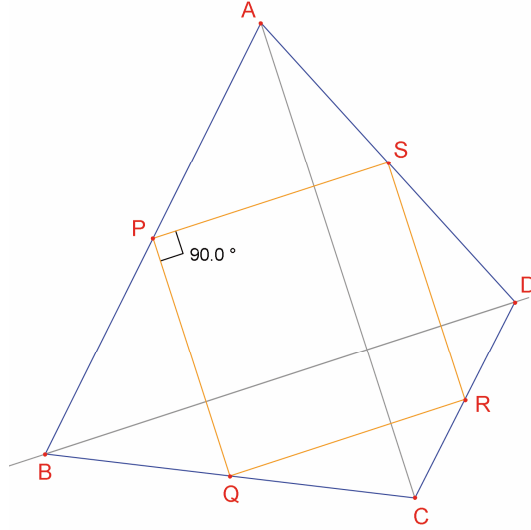
Nesneyi Yeni.

Ayrıca [Ölçümler]Açı Ölçümü aracını kullanarak daha önceden [Metin ve Semboller]Açı İşaretleme aracı ile işaretlenmiş bir açının ölçüsünü hesaplamak da mümkündür. [Metin ve Semboller]Açı İşaretleme aracı, [Ölçümler]Açı Ölçümü aracının kullanımı ile aynı sırada olmak üzere, işaretlenecek olan açığı tanımlayacak üç nokta bekler.

D noktasını PQRS dikdörtgen olacak şekilde hareket ettirdiğimizde, D noktasının konumu için olan çözümlerin doğrusal olduğunu görebiliriz. Öyle ki, ilk dörtgenin [AC] ve [BD] köşegenlerini çizdiğimizde, PQRS'in kenarlarının bu köşegenlere paralel olduğunu görürüz. Böylece PQRS'in dikdörtgen olması için [AC] ve [BD] dik olmalıdır. D noktasını PQRS her zaman dikdörtgen olacak şekilde yeniden tanımlayalım. [Doğrular]Doğru aracını etkin hale getirip, A ve C noktalarını seçerek (AC) doğrusunu çizelim. Daha sonra, B noktasından geçen (AC) doğrusuna dik doğruyu çizelim. Bunun için [Oluşumlar]Dik Doğru aracını etkin hale getirip B noktasını ve (AC) doğrusunu seçmeniz yeterlidir.

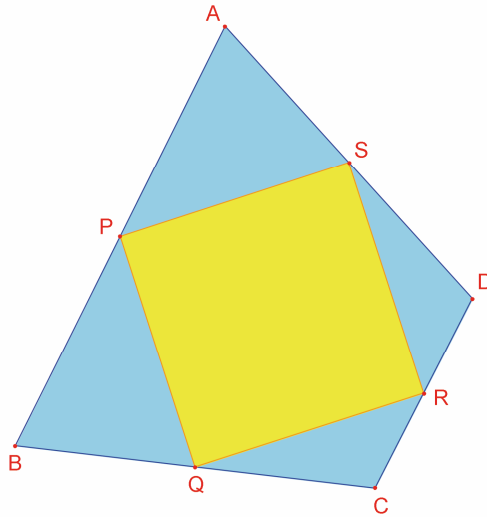
Şu anda D noktası düzlemde bağımsız bir nokta. D noktasının, B noktasından geçen (AC)'ye dik doğru üzerinde olacak şekilde, geometrik özelliklerini değiştireceğiz. Bunun için [Oluşumlar]Nesneyi Yeniden Tanımla aracını etkin hale getirip D noktasını seçelim. D noktasının yeniden tanımlanma olanakları dahilinde bir liste görüntülenecek. Görüntülenen listeden Nesne üzerine nokta seçeneğini seçelim ve sonra dik doğru üzerinde bir nokta seçmek için doğrunun üzerine tıklayalım. D noktasının dik doğru üzerinde tıkladığımız yere geldiğini göreceksiniz. D noktası artık sadece bu doğru üzerine hareket edecek şekilde kısıtlanmış ve bu doğruya bağımlı bir nokta olmuştur.

Bir nesnenin yeniden tanımlanması çok etkili bir araştırma aracı olup, bir şekli oluşturan nesnelerin bağımsızlık derecelerini ve geometrik özelliklerini, şeklin tamamını tekrar çizmeden değiştirebilme olanağını sağlar.



**Şekil 4.4** - D noktasının PQRS her zaman dikdörtgen olacak şekilde yeniden tanımlanmış hali. Bu durumda, D noktası bir doğru üzerinde hareket etmektedir ve bir bağımsızlık derecesi vardır.

**Alıştırma 7** – PQRS dörtgeninin kare olabilmesi için yeterli ve gerekli koşulu bulun. D noktasını, PQRS her zaman kare olacak şekilde yeniden tanımlayın.



**Şekil 4.5** – Burada, D noktasının hiçbir bağımsızlık derecesi yoktur ve PQRS her zaman karedir.